

Zadání písemné zkoušky z Matematiky 2

FSV UK, LS 2023-24

Termín číslo 4, 25. 6. 2024

1. Určete definiční obor funkce f , spočtěte její parciální derivace všude, kde existují, a napište rovnici tečné roviny v bodě $[1, 0]$.

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{pokud } y^2 \geq |x|, \\ (y^4 - x^2) \sin y, & \text{pokud } y^2 < |x|. \end{cases}$$

(12 bodů)

2. Nalezněte maximum a minimum funkce f na množině M .

$$f(x, y, z) = xy + z,$$

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 \leq 2\}$$

(13 bodů)

3. Ukažte, že uvedená rovnice určuje v jistém okolí daného bodu $[0, 0]$ implicitně zadanou funkci φ (proměnné x). Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě 0. Rozhodněte, zda je φ konvexní na jistém okolí bodu 0.

$$xe^{x+y^2} - \log(1 + x + y) = 0$$

(12 bodů)

4. Spočtěte následující primitivní funkci.

$$\int \frac{\sin^3 x \cos x}{1 + \cos x + \cos^2 x} dx$$

(13 bodů)